

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 62-50

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-1-93-100>

## Способ терминального управления на участке выведения беспилотного летательного аппарата с баллистической фазой полета\*

Н. Я. Половинчук<sup>1</sup>, С. В. Иванов<sup>2</sup>, М. Ю. Жукова<sup>3</sup>, Д. Г. Белоножко<sup>4\*\*</sup>

<sup>1</sup> Ростовский филиал московского государственного технического университета гражданской авиации, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

<sup>2,4</sup> Краснодарское высшее военное училище им. С. М. Штеменко, г. Краснодар, Российская Федерация

<sup>3</sup> Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

## Method of terminal control in ascent segment of unmanned aerial vehicle with ballistic phase\*\*\*

N. Y. Polovinchuk<sup>1</sup>, S. V. Ivanov<sup>2</sup>, M. Y. Zhukova<sup>3</sup>, D. G. Belonozhko<sup>4\*\*</sup>

<sup>1</sup> Moscow State Technical University of Civil Aviation, Rostov Branch, Rostov-on-Don, Russian Federation

<sup>2,4</sup> Krasnodar Higher Military School named after army general S. M. Shtemenko, Krasnodar, Russian Federation

<sup>3</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

**Введение.** Статья посвящена решению задачи синтеза управления движением центра масс (задача наведения) беспилотного летательного аппарата (БЛА) с большой дальностью полета на разгонном участке. Условие управления: оптимальный расход топлива. Для решения задачи используется принцип динамического программирования с учетом ограничений на модуль вектора тяги двигателя. Реализация терминального наведения требует формирования управления как функции состояния объекта в конце участка выведения. Достижение этих граничных условий определяет дальнейший переход к баллистической фазе полета.

**Материалы и методы.** Принцип динамического программирования Беллмана является наиболее рациональным с точки зрения реализуемости эффективных в вычислительном отношении бортовых алгоритмов и решения задачи в форме синтеза. При естественной ограниченности величины тяги и энергетических ресурсов на борту данный принцип позволяет получить решения, не содержащие функции переключения. Оптимальное управление в этом случае является гладкой функцией (без разрыва производной) текущих и конечных параметров БЛА.

**Результаты исследования.** Разработан новый алгоритмический способ синтеза терминального управления движением. Его отличие в том, что управление движением БЛА на разгонном участке траектории формируется функцией текущих и конечных параметров движения. Таким образом обеспечивается движение по энергетически оптимальной траектории в заданную область пространства. Результаты решения задачи позволяют строить замкнутые алгоритмы терминального наведения для разгонного участка траектории БЛА с большой дальностью полета. Такие алгоритмы обладают хорошей сходимостью и точностью выведения за счет

**Introduction.** The solution to the problem on the centroidal motion control synthesis (guidance problem) of an unmanned aerial vehicle (UAV) with long-range capabilities in the boost phase is considered. Control condition requires optimum fuel consumption. The principle of dynamic programming considering the restrictions to the vector modulus of the thrust output is used to solve the problem. The implementation of terminal guidance requires the formation of control as a function of the object state at the end of the ascent phase. The attainment of these boundary conditions determines the further transition to the ballistic flight phase.

**Materials and Methods.** Bellman's principle of dynamic programming is the most reasonable from the point of view of the implementability of the computationally efficient on-board algorithms and the solution to the problems in the form of synthesis. With natural scarcity of thrust and energy resources on board, this principle enables to obtain solutions free from the switching functions. In this case, the optimal control is a smooth function (without derivative discontinuity) of the current and final parameters of the UAV.

**Research Results.** A new algorithmic method for the synthesis of terminal motion control is developed. Its difference is that the UAV movement control in the ascent phase is formed by the function of the motion actual and terminal parameters. This ensures movement along an energetically optimal trajectory into the given region of space. The problem solution results enable to build closed terminal guidance algorithms for the boost phase of the UAV trajectory with long-range capabilities. Such algorithms have good convergence and injection accuracy due to the prediction of parameters during

\*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

\*\* E-mail: npolovinchuk@mail.ru, sta399@yandex.ru, marg88@list.ru, staeer@rambler.ru

\*\*\* The research is done within the frame of the independent R&D.



прогнозирования параметров в процессе полета на сокращающемся интервале времени.

**Обсуждение и заключения.** Наиболее предпочтительным представляется принцип динамического программирования. Именно его следует использовать при решении задачи синтеза оптимального по расходу топлива управления движением центра масс (задача наведения) БЛА с большой дальностью полета на разгонном участке.

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат (БЛА), терминальное наведение, направляющие косинусы, угол тангажа, угол атаки, граничные условия, разгонный участок, баллистическая фаза полета.

**Образец для цитирования:** Способ терминального управления на участке выведения беспилотного летательного аппарата с баллистической фазой полета / Н. Я. Половинчук [и др.] // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 1. — С. 93-100. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-1-93-100>

the flight at a shorter time interval.

**Discussion and Conclusions.** The most preferred is the principle of dynamic programming. It should be used when solving the problem on the centroidal motion control synthesis (guidance problem) of the UAV with long-range capabilities in the boost phase.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle (UAV), terminal guidance, direction cosines, pitching angle, angle of attack, boundary conditions, boost phase, ballistic flight phase.

**For citation:** N.Y. Polovinchuk, et al. Method of terminal control in ascent segment of unmanned aerial vehicle with ballistic phase. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 1, pp. 93-100. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-1-93-100>

**Введение.** В настоящее время возможности и сфера применения беспилотных летательных аппаратов (БЛА) существенно возросли. В первую очередь это связано с увеличением дальностью полета БЛА. В аппаратах с баллистической фазой полета необходимо предусмотреть возможность управления на различных участках, в том числе на разгонном участке выведения БЛА в заданную область. Для формирования управления целесообразно использовать принцип терминального наведения. При этом управление должно формироваться как функция конечных параметров движения, а не функция времени.

Решению этой проблемы посвящены многие публикации, однако описанная выше задача сохраняет актуальность. В частности, представляет интерес разработка высокоэффективных в вычислительном отношении алгоритмических способов терминального наведения. При этом следует учитывать указанные особенности, универсальные для различных типов средств выведения. Они обладают свойствами адаптации и в определенном смысле удовлетворяют требованиям оптимальности.

С точки зрения задачи наведения особый смысл имеет такое управление, при котором используется минимальное количество топлива. Синтез оптимального управления базируется на применении метода динамического программирования Беллмана [1].

**Материалы и методы.** Решение задачи синтеза оптимального управления движением БЛА на разгонном участке активного полета исследовалось во многих работах. Однако полученное в большинстве случаев решение оптимального управления сводится к реализации временной или параметрической программы. Будем решать задачу поиска оптимального управления на участке выведения БЛА в следующей постановке. Известными являются параметры движения БЛА как координаты  $X_0, Y_0, Z_0$  текущей точки траектории, получаемые за счет решения задачи навигации. Параметры конечной точки  $X_k, Y_k, Z_k$  удовлетворяют граничному состоянию, фиксирующему переход к баллистической фазе полета, определяемой гиперповерхностью в фазовом пространстве. Условию  $S_k(X_k, Y_k, Z_k) = 0$  удовлетворяет целое множество конечных параметров. Требуется синтезировать оптимальное управление в задаче наведения БЛА, которая обеспечивает его перевод из начального состояния на гиперповерхность конечных условий.

В качестве критерия оптимальности принимается количество израсходованного на разгонном участке топлива:

$$m(t) = \int_0^t \dot{m}(t) dt, \quad (1)$$

где  $\dot{m}(t)$  — секундовый массовый расход топлива.

В качестве математической модели движения центра масс принимается следующая система дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{R}}(t) &= \bar{V}(t), \\ V(t) &= \dot{W}(t) \bar{E}_w(t) + \bar{g}(\bar{r}), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\bar{R}(t)$  — радиус-вектор,  $\bar{g}(\bar{r})$  — вектор силы притяжения Земли,  $\dot{W}(t)$  — модуль вектора управляющего

ускорения.

Модуль вектора управляющего ускорения  $\dot{W}(t)$  является заданной функцией времени и определяется характеристиками двигателя БЛА. Неизвестным является единичный вектор управляющего ускорения  $\bar{E}_w(t)$ . При решении задачи оптимизации он будет определять требуемые свойства управляемого движения БЛА на разгонном участке. Нет необходимости в регулировании величины вектора тяги (в известном смысле это величина кажущегося ускорения  $\dot{W}(t)$ ). Более рациональный подход — максимизация этой величины для применяемого на разгонной ступени носителя двигателя. Это позволяет применить полученные решения и для случая использования твердотопливных двигателей. Характеристики двигателя БЛА являются достаточно стабильными, и при постоянном секундном расходе топлива  $\dot{m}(t) = \text{const}$  оптимальность управления определяется продолжительностью активного участка полета. В этом случае функционал (1) будет функцией верхнего предела интегрирования. Таким образом, задача минимизации количества топлива превращается в эквивалентную задачу минимизации продолжительности полета, а критерием оптимальности будет быстродействие. Задача синтеза заключается в нахождении ориентации вектора тяги двигателя БЛА, которая определяется направляющими косинусами вектора тяги  $\bar{P}(t)$  как функции текущих параметров и конечного состояния.

Сделаем два допущения. Первое. Поскольку большая часть разгонного участка лежит за пределами плотных слоев атмосферы, не будем учитывать как ограничение угловую скорость изменения вектора тяги в пространстве (продольной оси БЛА). Второе. Движение БЛА будем считать проходящим в определяемой заранее плоскости.

Конечное состояние БЛА для перехода к баллистической фазе полета фиксируется выполнением следующего граничного условия [2]:

$$S_{lk} = (V_{xk}y_k - x_kV_{yk})[V_{xk}(y_k - y_u) - V_{yk}(x_k - x_u)] - \pi_0(x_u^2 + y_u^2)^{1/2} \left[ 1 - \frac{x_kx_u + y_ky_u}{(x_u^2 + y_u^2)^{1/2}(x_k^2 + y_k^2)^{1/2}} \right] = 0. \quad (3)$$

Здесь  $x_k, y_k, x_u, y_u$  — соответственно координаты начальной точки и точки начала функционирования БЛА на заключительном участке траектории. Величина текущего значения граничного условия  $S_{lk}(t_0)$  является мерой невыполнения условия (3). Математическая запись этого условия соответствует гиперповерхности, которая является гладкой функцией фазовых координат и описывает все семейство возможных траекторий выведения БЛА [2].

Граничные условия заданы для центрального поля притяжения. Уравнения движения БЛА для этого случая будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -\frac{\pi_0}{r^3}x_1 + \frac{1}{m}P \cos \alpha_1, \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= -\frac{\pi_0}{r^3}x_3 + \frac{1}{m}P \cos \alpha_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\pi_0 = f \cdot M_s$  — постоянная центрального поля притяжения Земли, равная произведению гравитационной постоянной  $f$  на массу Земли  $M_s$ ;  $r = (x_1^2 + x_3^2)^{1/2}$ ,  $x_1 = x$ ,  $x_2 = V_x$ ,  $x_3 = y$ ,  $x_4 = V_y$ ;  $P$  — величина вектора тяги;  $X_A$  — аэродинамическая сила лобового сопротивления;  $Y_A$  — аэродинамическая подъемная сила.

Поскольку БЛА снабжается двигателем с управляемым вектором тяги, то его ориентацию будут определять направляющие косинусы. В этом случае ограничение на управления будет определяться соотношением:

$$\|\bar{P}(t)\| = \{[P(t) \cos \alpha_1(t)]^2 + [P(t) \cos \alpha_2(t)]^2\}^{1/2} \leq |\bar{P}^0(t)|. \quad (5)$$

Ограничение на управления (5) является «ограничением по гиперсфере». Из этого следует решение, при котором оптимальное управление не является кусочно-постоянным, без переключений. В этом случае оптимальная по быстродействию траектория выведения в фазовом пространстве не имеет «углов» и разрывов производной. Оптимальное по критерию быстродействия управление будет представлять собой нелинейную, непрерывную функцию граничных условий (3) [3].

Задача синтеза формулируется следующим образом. Объект управления из произвольного текущего состояния, принимаемого за начальное и определяемого текущим значением  $S_{lk}$  в момент  $t_0$ , переводится на гиперповерхность граничного условия  $S_{lk} = 0$  в момент  $t_k$ . При этом учитывается ограничение на величину

управляющего ускорения (модуля тяги двигателя). Требуется найти оптимальное управление в форме синтеза, которое обеспечивает такой перевод за минимальное время.

Состояние объекта в конечный момент удовлетворяет граничному условию  $S_{ik}[X(t_k)] = 0$  и определяет момент перехода к баллистической фазе полета.

В соответствии с принципом динамического программирования Р. Беллмана [4] необходимым и достаточным условием оптимальности для сформулированной задачи будет соотношение:

$$\min_{u \in U} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\partial T^0}{\partial x_i} f_i(\bar{x}, \bar{u}) \right] = -1. \quad (6)$$

С учетом математической модели объекта, заданной системой (4), уравнение динамического программирования [4] с учетом критерия оптимальности определяется соотношением

$$\min_{u \in U} \left[ x_2 \frac{\partial T^0}{\partial x_1} - \left( \frac{\pi_0}{r^3} x_1 - \frac{1}{m} P_x \right) \frac{\partial T^0}{\partial x_2} + x_4 \frac{\partial T^0}{\partial x_3} - \left( \frac{\pi_0}{r^3} x_3 - \frac{1}{m} P_y \right) \frac{\partial T^0}{\partial x_4} \right] = -1, \quad (7)$$

где  $P_x = P \cos \alpha_1, P_y = P \cos \alpha_2$ .

В соответствии с методологией динамического программирования Р. Беллмана, операция минимизации может быть проведена на основе применения к соотношению (5) неравенства Шварца [3]. Это позволит существенно упростить решение задачи оптимизации. Тогда выражение (7) с учетом неравенства (5) будет определяться соотношением

$$\min_{u \in U} \left( \frac{1}{m} P_x \frac{\partial T^0}{\partial x_2} + \frac{1}{m} P_y \frac{\partial T^0}{\partial x_4} \right) = -P^0(t) \left[ \left( \frac{1}{m} \frac{\partial T^0}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{1}{m} \frac{\partial T^0}{\partial x_4} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (8)$$

В этом случае уравнение Гамильтона — Якоби будет представлено так:

$$\begin{aligned} & x_2 \frac{\partial T^0}{\partial x_1} - \frac{\pi_0}{r^3} x_1 + x_4 \frac{\partial T^0}{\partial x_3} - \frac{\pi_0}{r^3} x_3 - P^0(t) \times \\ & \times \left[ \left( \frac{1}{m} \frac{\partial T^0}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{1}{m} \frac{\partial T^0}{\partial x_4} \right)^2 \right]^{1/2} = -1. \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнение (9) решается с учетом заданного граничного условия:

$$T^0(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0, \text{ при}$$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) \in S_{ik}^*. \quad (10)$$

Вычисление частных производных величины  $S$  по фазовым переменным  $x_1, x_2, x_3, x_4$  дает следующие зависимости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S^0}{\partial x_1} &= (-2x_2x_3x_4 + x_2x_4x_{3u} + 2x_4^2x_1 - x_4^2x_{1u}), \\ \frac{\partial S^0}{\partial x_2} &= (2x_3^2x_2 - 2x_1x_4x_3 - 2x_2x_3x_{3u} + x_1x_4x_{3u} + x_4x_3x_{1u}), \\ \frac{\partial S^0}{\partial x_3} &= (2x_2^2x_3 - 2x_2x_4x_1 - x_2^2x_{3u} - x_2x_4x_{1u}), \\ \frac{\partial S^0}{\partial x_4} &= (2x_1^2x_4 - 2x_1x_2x_3 + 2x_4x_1x_{1u} + x_2x_3x_{3u} + x_2x_3x_{1u}). \end{aligned} \quad (11)$$

Подставляя соотношения (11) в (9) и выполняя несложные преобразования, получаем зависимость:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\pi_0}{r^3} (x_1 - x_3) - 2x_2x_4x_{1u} - \frac{P^0}{m} \times \right. \\ & \times \left[ (2x_3^2x_2 - 2x_1x_4x_3 - 2x_2x_3x_{3u} + x_1x_4x_{3u} + x_4x_3x_{1u})^2 + \right. \\ & \left. \left. + (2x_2^2x_3 - 2x_1x_2x_3 + 2x_4x_1x_{1u} + x_2x_3x_{3u} + x_2x_3x_{1u})^2 \right]^{1/2} \right\} \frac{\partial T^0}{\partial S_1} = -1 \end{aligned} \quad (12)$$

с граничными условиями

$$T^0(S_1) = 0, \text{ при } (x_1, x_2, x_3, x_4) \in S_{ik}^*. \quad (13)$$

Выражение в фигурных скобках в (12), обозначенное через  $S'(x_i)$ , можно записать в компактной форме:

$$S'(x_i) \cdot \frac{\partial T^0}{\partial S_1} = -1. \quad (14)$$

Уравнение (14) с граничными условиями (13) можно решить различными способами, например методом характеристик [5]. Однако более рационально использовать следующую методику.

Выражение (11) определяет структуру оптимального управления [6]:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{opt}(\bar{x}) &= -PE^{opt}(\bar{x}), \\ \bar{W}^{opt}(\bar{x}) &= -\dot{W}E^{opt}(\bar{x}), \end{aligned} \quad (15)$$

где  $E(\bar{x})$  — единичный вектор тяги.

Соотношение (15) в скалярном виде:

$$\begin{aligned} P_x^{opt} &= P \cos \alpha_1, \\ P_y^{opt} &= P \cos \alpha_2, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 &= \frac{\frac{\partial T^0}{\partial x_2}}{\left[ \left( \frac{\partial T^0}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial T^0}{\partial x_4} \right)^2 \right]^{1/2}}, \\ \cos \alpha_2 &= \frac{\frac{\partial T^0}{\partial x_4}}{\left[ \left( \frac{\partial T^0}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial T^0}{\partial x_4} \right)^2 \right]^{1/2}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнение (9) и соотношения (17) могут быть преобразованы к более удобному виду по следующим соображениям. Исходя из условий формирования множества возмущенных траекторий, за счет варьирования управления можно построить в фазовом пространстве гиперповерхность с равным временем выведения, то есть изохронную поверхность. Действительно, для каждой из точек фазовой траектории будем вычислять значение критерия оптимальности:  $J(t_1), J(t_2), \dots, J(t_k)$ .

Таким образом, получим совокупность траекторий для каждого  $t \in [t_n, t_k]$ . В силу непрерывности зависимости  $x(t)$  и  $J$  от изменяемого управления, множество траекторий образует поверхность в фазовом пространстве  $X$ . Эта граничная поверхность, образованная множеством векторов  $x[t_i, J(t_i)]$ , является выпуклой и гладкой. Для условий перехода к баллистической фазе полета изохронная поверхность имеет точку касания с гиперповерхностью граничных условий.

При качественной реализации оптимального управления будет уменьшаться расстояние в фазовом пространстве между гиперповерхностью граничных условий  $S_k = 0$  и изохронной поверхностью  $T(x, R_{ц}, t) = 0$ . В некоторое время у двух поверхностей окажется общая точка (рис. 1).

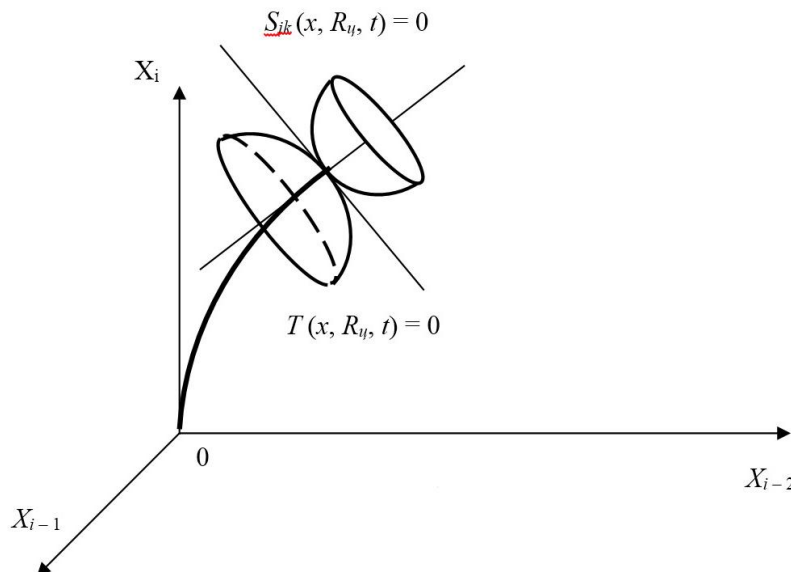


Рис. 1. Геометрическая интерпретация гиперповерхностей в фазовом пространстве при наведении на разгонном участке траектории



В точке  $S_k$  и  $T^0$  они имеют общую касательную, то есть их градиенты в фазовом пространстве совпадают. Таким образом:

- отмечается существование оптимальной траектории  $x_{opt}(t)$  и оптимального управления  $u_{opt}(t)$ ;
- определяется окончание разгонного участка траектории ( $t = t_k$ ) и переход к баллистической фазе полета.

В точке касания изохронная поверхность и гиперповерхность граничных условий имеют общую касательную и нормаль. Математически условие существования общей нормали определяется выражением [2]:

$$\left\{ \frac{\partial T^0}{\partial x_i} \right\} = A \left\{ \frac{\partial S_{ik}}{\partial x_i} \right\}, \quad (18)$$

где  $A$  — константа, определяемая из анализа выпуклости обеих гиперповерхностей.

На основании соотношений (11) и (18) преобразуем (17). Получим выражение для направляющих косинусов вектора тяги в функции текущих и конечных параметров движения:

$$A = \frac{(-2x_2x_3x_4 + x_2x_4x_{3u} + 2x_4^2x_1 - x_4^2x_{1u})}{\left[ (-2x_2x_3x_4 + x_2x_4x_{3u} + 2x_4^2x_1 - x_4^2x_{1u})^2 + (2x_4x_1^2 - 2x_1x_2x_3 + 2x_1x_4x_{1u} + x_2x_3x_{3u} + x_2x_3x_{1u})^2 \right]^{1/2}}, \quad (19)$$

$$B = \frac{(2x_1^2x_4 - 2x_2x_1x_3 + 2x_4x_1x_{1u} + x_2x_3x_{3u} + x_2x_3x_{1u})}{\left[ (-2x_2x_3x_4 + x_2x_4x_{3u} + 2x_4^2x_1 - x_4^2x_{1u})^2 + (2x_4x_1^2 - 2x_1x_2x_3 + 2x_1x_4x_{1u} + x_2x_3x_{3u} + x_2x_3x_{1u})^2 \right]^{1/2}}, \quad (20)$$

где  $A = \cos \alpha_1$ ,  $B = \cos \alpha_2$ .

Из соотношений (19), (20) легко получить естественный для данного типа БЛА параметр для определения ориентации вектора управляющего ускорения (в известном смысле вектора тяги) — угол тангажа:

$$\vartheta(S) = \arctg \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} = \frac{(2x_1^2x_4 - 2x_2x_1x_3 + 2x_4x_1x_{1u} + x_2x_3x_{3u} + x_2x_3x_{1u})}{(-2x_2x_3x_4 + x_2x_4x_{3u} + 2x_4^2x_1 - x_4^2x_{1u})}. \quad (21)$$

В нашем случае движение БЛА проходит в заданной плоскости и угол рыскания  $\varphi(S) = 0$ . С использованием предложенной методики синтеза терминального оптимального управления был разработан алгоритм расчета угла тангажа [2] и проведено моделирование полета БЛА на ЭВМ [7].

**Результаты исследования.** Численные исследования проводились с использованием программного обеспечения, реализующего предложенный способ. Речь идет об алгоритмическом программном обеспечении терминального наведения баллистических летательных аппаратов на основе решения краевых задач баллистики. Соответствующая программа для ЭВМ зарегистрирована в 2013 году.

При моделировании использовалось гипотетическое разгонное средство с характеристиками и начальными условиями выведения БЛА, приведенными в [8].

Начальные условия при моделировании и результаты расчетов начального участка приведены в табл. 1.

Таблица 1

Начальные условия выведения БЛА

t	x/vx	y/vy	z/vz	wx/tang	wy/tet	w1/alf
0,0000	0,0 5,6323	0,0 -0,0000	0,0 322,6757	0,0000 90,00	0,0000 0,00	0,0000 0,000
0,5537	3,1 5,6323	3,1 11,1626	178,7 322,6756	-0,0000 90,00	16,6000 1,98	16,6000 -0,048
3,4580	34,7 21,4565	120,9 69,4705	1115,8 322,6727	15,8242 69,34	103,4286 12,13	105,3386 -7,881
13,0193	832,4 155,6274	1683,4 259,0827	4200,8 322,6335	150,0000 60,00	386,9131 35,91	419,3209 0,011
23,0193	3384,5 368,3725	5300,4 464,9493	7426,8 322,5441	362,7748 50,02	690,8797 43,59	790,8281 -2,076
33,0193	8469,9 662,2567	11009,1 679,2317	10651,6 322,4053	656,7462 43,44	1003,1187 42,79	1219,9140 -2,582
43,0193	16923,8 1044,7345	18956,0 915,1428	13874,7 322,2176	1039,4134 38,74	1336,7768 40,11	1727,7590 -2,677
50,9898	26729,1 1429,1498	27089,4 1131,2610	16442,2 322,0334	1424,0909 36,01	1630,6058 37,94	2211,8627 -2,501

График изменения угла тангажа на разгонном участке полета показан на рис. 2.

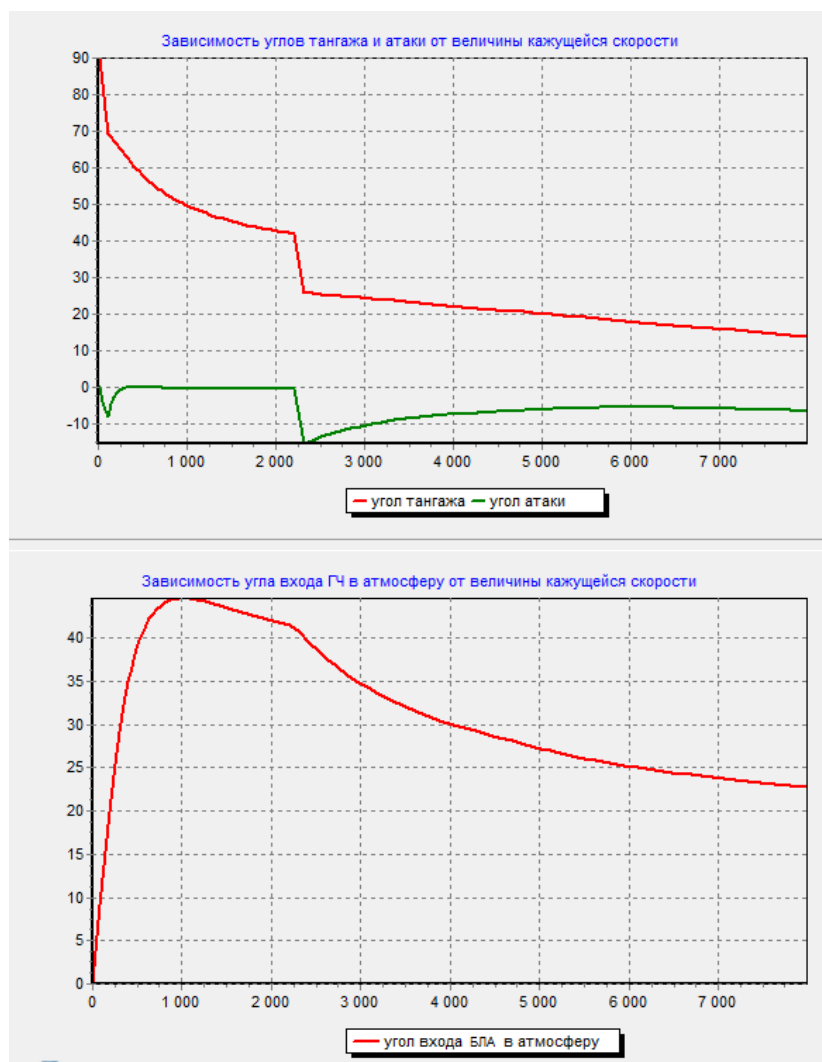


Рис. 2. Изменение угла тангажа и угла входа БЛА в атмосферу

Ниже перечислены более полные результаты моделирования, приведенные в [8].

1. Полученное управление является субоптимальным вследствие использования граничных условий в аналитическом виде. Для повышения точности граничных условий в алгоритм навигации необходимо ввести алгоритм его коррекции, основанный на привлечении более точных моделей гравитационного поля Земли. Таким образом повышается точность выведения.

2. Влияние случайных возмущений компенсируется адаптивными свойствами терминального наведения, а также прогнозированием параметров движения и формирования управления на уменьшающийся каждый раз интервал времени до момента окончания процесса выведения.

3. Полученные оценки при моделировании позволили рационально выбрать дискретность алгоритмов навигации и наведения и тем самым ограничить диапазон требований к бортовым ЭВМ при его реализации.

4. Не вызывает затруднений реализуемость алгоритмов наведения на основе разработанной методики на современных бортовых ЭВМ. Требуемое быстродействие составляет  $(1-1,5) \times 10^6$  к.о./с.

**Обсуждение и заключения.** Таким образом, наиболее предпочтительным представляется принцип динамического программирования. Именно его следует использовать при решении задачи синтеза оптимального по расходу топлива управления движением центра масс (задача наведения) БЛА с большой дальностью полета на разгонном участке.

Известное замечание по применимости динамического программирования, так называемое «проклятие размерности», неуместно в задаче формирования управления как функции конечного состояния [5]. Кроме того, использование граничных условий в аналитическом виде существенно упрощает формирование субоптимального управления и позволяет оперативно менять задачи полета. Это существенно расширяет возможность применения названного алгоритма для БЛА различного назначения.

### Библиографический список

1. Половинчук, Н. Я. Проектирование систем управления ракет-носителей и межконтинентальных баллистических ракет / Н. Я. Половинчук, А. А. Ардашов. — Ростов-на-Дону : РВИРВ, 2010. — 242 с.
2. Могилевский, В. Д. Наведение баллистических летательных аппаратов / В. Д. Могилевский. — Москва : Машиностроение, 1976. — 208 с.
3. Атанс, М. Оптимальное управление / М. Атанс, П. Фалб. — Москва : Машиностроение, 1968. — 764 с.
4. Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. — Москва : Мир, 1965. — 286 с.
5. Брайсон, А. Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Хо Ю-Ши. — Москва : Мир, 1972. — 544 с.
6. Бортовые терминальные системы управления / Б. Н. Петров [и др.]. — Москва : Машиностроение, 1983. — 200 с.
7. Половинчук, Н. Я. Методы и алгоритмы терминального управления движением летательных аппаратов / Н. Я. Половинчук, И. В. Щербань. — Москва : Ред.-изд. центр МО РФ, 2004. — 290 с.
8. Половинчук, Н. Я. Синтез управления маневром уклонения беспилотным летательным аппаратом с учетом терминальных ограничений / Н. Я. Половинчук, С. В. Иванов, Л. И. Котельническая // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 2 — С. 190–200.

Поступила в редакцию 22.09.2018  
Сдана в редакцию 24.09.2018  
Запланирована в номер 15.01.2019

Received 22.09.2018  
Submitted 24.09.2018  
Scheduled in the issue 15.01.2019

### Об авторах:

**Половинчук Николай Яковлевич**,  
профессор кафедры «Авиационные электросистемы и пилотажно-навигационные комплексы» Ростовского филиала Московского государственного технического университета гражданской авиации (РФ, 344029, Ростов-на-Дону, пр. Шолохова, 262), кандидат технических наук, профессор,  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0002-5120>  
[npolovinchuk@mail.ru](mailto:npolovinchuk@mail.ru)

**Иванов Станислав Валерьевич**,  
доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук,  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3237-0415>  
[sta399@yandex.ru](mailto:sta399@yandex.ru)

**Жукова Мария Юрьевна**,  
аспирант кафедры «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9555-3756>  
[marg88@list.ru](mailto:marg88@list.ru)

**Белоножко Дмитрий Григорьевич**,  
адъюнкт Краснодарского высшего военного училища им. С. М. Штеменко (РФ, 350035, г. Краснодар, ул. Красина, 4),  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7185-9475>  
[staer@rambler.ru](mailto:staer@rambler.ru)

### Authors:

**Polovinchuk, Nikolay Y.**,  
professor of the Airborne Electrical Systems and Navigation Instrumentation Department, Moscow State Technical University of Civil Aviation, Rostov Branch (262c, Sholokhov pr., Rostov-on-Don, RF), Cand.Sci. (Eng.), professor ,  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0002-5120>  
[npolovinchuk@mail.ru](mailto:npolovinchuk@mail.ru)

**Ivanov, Stanislav V.**,  
associate professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3237-0415>  
[sta399@yandex.ru](mailto:sta399@yandex.ru)

**Zhukova, Maria Y.**,  
postgraduate of the Computer and Automated Systems Software Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.),  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9555-3756>  
[marg88@list.ru](mailto:marg88@list.ru)

**Belonozhko, Dmitry G.**,  
adjunct, Krasnodar Higher Military School named after army general S. M. Shtemenko (4, ul. Krasina, Krasnodar, 350035, RF),  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7185-9475>  
[staer@rambler.ru](mailto:staer@rambler.ru)